Janusz Wywiał
Katedra Statystyki
Akademia Ekonomiczna w Katowicach

Estymator Horvitza-Thompsona

$$\pi_k = E(a_k), \qquad \pi_{ki} = E(a_k a_i), \qquad \sum_{k=1}^{N} \pi_k = n ,$$

$$D^2(a_k) = \pi_k (1 - \pi_k), \qquad Cov(a_k, a_i) = \pi_{ki} - \pi_k \pi_i .$$

$$t_{HTS} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \frac{a_k y_k}{\pi_k} = \frac{1}{N} \sum_{k \in S} \frac{y_k}{\pi_k} \qquad dla \quad \pi_k > 0$$

$$D^2(t_{HTS}) = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^{N} \left(\frac{y_k}{\pi_k} \right)^2 \pi_k (1 - \pi_k) + \frac{1}{N^2} \sum_{k \neq i}^{N} \sum_{=1}^{N} \frac{y_k y_i}{\pi_k \pi_i} (\pi_{ki} - \pi_i \pi_k)$$

Gdy n ustalone, to:

$$D^2(t_{HTS}) = \frac{1}{N^2} \sum_{k<i}^{N} \sum_{=1}^{N} (\pi_{ki} - \pi_k \pi_i) \left(\frac{y_k}{\pi_k} - \frac{y_i}{\pi_i} \right)^2$$

$$\overline{D}^2(t_{HTS}) = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^{N} a_k \left(\frac{y_k}{\pi_k} \right)^2 (1 - \pi_k) + \frac{1}{N^2} \sum_{k \neq i=1}^{N} \sum^{N} a_k a_i \frac{y_k y_i}{\pi_k \pi_i} \frac{\pi_{ki} - \pi_k \pi_i}{\pi_{ki}}$$

Jeśli $\pi_{ki} > 0$ dla każdego $k \neq i = 1, ..., N$, to

$$\widetilde{D}^2(t_{HTS}) = \frac{1}{N^2} \sum_{k>i}^{N} \sum_{i=1}^{N} a_k a_i \frac{\pi_{ki} - \pi_k \pi_i}{\pi_{ki}} \left(\frac{y_k}{\pi_k} - \frac{y_i}{\pi_i} \right)^2$$

Wpływ losowania próby z dowolnymi prawdopodobieństwami inkluzji pierwszego rzędu na wartość oczekiwaną zwykłej średniej z próby.

$$E(\overline{y}_S) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{k\in S} y_k\right) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{N} y_k a_k\right) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{N} y_k \pi_k =$$

$$= \overline{y} - \overline{y}(1 - \frac{N}{n}\overline{\pi}) + \frac{N}{n} v(y)v(g)\rho(y,g)$$

$$\overline{\pi} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\pi_k, \qquad \rho(y,g) = \frac{Cov(y,g)}{\sqrt{v(y)v(g)}}$$